

# Tentamen Complexiteit IBC028

= herkansing Analyse van Algoritmen IBC013

23 juni 2015, 8.30 - 11.30 uur

Dit tentamen bestaat uit vijf opgaven die alle even zwaar tellen.

Het tentamen is een gesloten-boek-tentamen, dat wil zeggen dat er tijdens het tentamen geen gebruik mag worden gemaakt van het boek en/of aantekeningen.

Voor alle vragen geldt: motiveer uw antwoord.

## Opgave 1.

- a. De functie  $T$  is gegeven door  $T(n) = 1$  als  $n \leq 2$  en  $T(n) = T(\lfloor n/2 \rfloor) + T(\lfloor n/3 \rfloor) + n$  als  $n > 2$ . Bewijs dat  $T(n) = O(n)$ .
- b. De functie  $T$  is gegeven door  $T(1) = 1$  en  $T(n) = 5T(\lfloor n/2 \rfloor) + n^2$  als  $n > 1$ . Bepaal een functie  $f$  zodanig dat  $T(n) = \Theta(f(n))$ .

## Opgave 2.

Er is een methode om twee  $2 \times 2$  matrices met elkaar te vermenigvuldigen door naast een eindig aantal optellingen en aftrekkingen, 7 vermenigvuldigingen uit te voeren. Geef een algoritme dat gebruik makend hiervan het product van twee  $n \times n$  matrices bepaalt en laat zien dat hiervan de complexiteit  $O(n^{2,81})$  is. Hierbij hoeft  $n$  geen 2-macht te zijn; er geldt  $2^{2,81} > 7$ .

## Opgave 3.

Gegeven zijn  $n$  cirkels in het platte vlak, elk gegeven door hun middelpunt en straal. Geef een  $O(n \log n)$  algoritme dat als uitvoer een getal  $y$  geeft waarvoor de horizontale lijn door  $(0, y)$  een zo groot mogelijk aantal van deze cirkels snijdt.

## Opgave 4.

- a. Geef de definitie van NP.
- b. Laat  $\phi$  een CNF zijn waarin alle clauses uit precies vier literals bestaan. Geef een polynomiale constructie  $f$  die  $\phi$  omzet naar een 3-CNF  $f(\phi)$  waarvoor  $\phi$  vervulbaar is dan en slechts dan als  $f(\phi)$  vervulbaar is.

## Opgave 5.

Het *partition problem* (PART) luidt als volgt:

Gegeven een eindige verzameling natuurlijke getallen, stel vast of deze verzameling opgesplitst kan worden in twee deelverzamelingen die dezelfde som hebben.

- a. Geef aan wat er bewezen moet worden als we willen concluderen dat PART NP-compleet is, gebruikmakend van het feit dat het *subset sum problem* NP-compleet is.
- b. Geef dit bewijs. (Aanwijzing: voeg een of twee grote getallen toe aan de verzameling)