Tentamen Complexiteit IBC028

25 augustus 2016, 8.30 - 11.30 uur

Dit tentamen bestaat uit vijf opgaven die alle even zwaar tellen.

Het tentamen is een gesloten-boek-tentamen, dat wil zeggen dat er tijdens het tentamen geen gebruik mag worden gemaakt van het boek en/of aantekeningen.

Voor alle vragen geldt: motiveer uw antwoord.

Opgave 1.

Een recursief algoritme met invoer van grootte n bestaat uit k recursieve aanroepen met invoer van grootte $n/2$; de rest van het algoritme heeft tijdcomplexiteit $\Theta(n^2)$.

a. Bepaal de tijdcomplexiteit van het algoritme als $k = 3$.

b. Bepaal de tijdcomplexiteit van het algoritme als $k = 5$.

Opgave 2.

De functie T is gegeven door $T(1) = T(2) = 1$ en

$$T(n) = \lceil \frac{T(n-1)}{2} \rceil + T(n-2)$$

als $n > 2$. Bewijs dat $T(n) = \Omega((\frac{5}{4})^n)$.

Opgave 3.

a. Geef een schets van een algoritme dat twee binaire getallen van elk n bits met elkaar vermenigvuldigt in $O(n^{1.6})$.

b. Geef de definitie van een conjunctieve normaalvorm (conjunctive normal form, CNF).

Opgave 4.

Voor elk tweetal punten p, q in het platte vlak is een waarde $d(p, q)$ gedefinieerd; denk bijvoorbeeld aan de afstand tussen p en q, maar het kan ook iets anders zijn. Er is een lineaire functie gegeven die voor twee gegeven verzamelingen V_1, V_2 van punten in het platte vlak waarbij de x-waarde van elk punt uit V_1 kleiner is dan de x-waarde van elk punt uit V_2, de kleinste waarde van $d(p, q)$ bepaalt voor $p \in V_1$ en $q \in V_2$. Geef een $O(n \log n)$ algoritme dat de kleinste waarde van $d(p, q)$ bepaalt voor $p, q \in V$ voor een willekeurige verzameling V bestaande uit n punten in het platte vlak.

Opgave 5.

Het probleem *set-partition* luidt als volgt:
Gegeven een eindige verzameling natuurlijke getallen. Kunnen we deze opsplitsen in twee verzamelingen die precies dezelfde som hebben?
Hierbij worden de natuurlijke getallen in binaire notatie gegeven.

a. Geef aan wat er bewezen moet worden als we willen concluderen dat *set-partition* NP-compleet is, gebruikmakend van het feit dat *subset-sum* NP-compleet is.

b. Geef dit bewijs.