

# Tentamen Complexiteit IBC028

28 juni 2017, 12.30 - 15.30 uur

Dit tentamen bestaat uit vijf opgaven waarvan de onderdelen tellen voor de aangegeven percentages.

Het tentamen is een gesloten-boek-tentamen, dat wil zeggen dat er tijdens het tentamen geen gebruik mag worden gemaakt van het boek en/of aantekeningen.

Voor alle vragen geldt: motiveer uw antwoord.

## Opgave 1.

De functie  $T$  is gegeven door  $T(1) = 1$  en

$$T(n) = 2T(\lfloor n/2 \rfloor) + \lfloor n \log n \rfloor$$

als  $n > 1$ .

- a. (10 %) Is de Master stelling hierop van toepassing? Zo ja, geef de oplossing, zo nee, geef aan waarom niet.
- b. (15 %) Bewijs dat

$$T(n) = O(n(\log n)^2).$$

## Opgave 2.

(10 %) De functie  $T$  is gegeven door  $T(1) = 1$  en

$$T(n) = 3T(\lfloor n/5 \rfloor) + 17n$$

als  $n > 1$ . Bepaal een functie  $f$  zodanig dat  $T(n) = \Theta(f(n))$ .

## Opgave 3.

(10 %) Beschrijf een algoritme dat in  $O(n \log n)$  stappen van  $n$  gegeven punten in het platte vlak van alle tweetallen daarvan de kleinste afstand bepaalt.

## Opgave 4.

- a. (10 %) Geef de definitie van een conjunctieve normaalvorm (CNF, conjunctive normal form).
- b. (10 %) Beschrijf het subset sum probleem.
- c. (10 %) Geef de definities van PSPACE en PSPACE-compleet.

## Opgave 5.

Een graaf  $(V_1, E_1)$  is een subgraaf van een graaf  $(V_2, E_2)$  als er een injectieve afbeelding  $f : V_1 \rightarrow V_2$  is zodanig dat  $(f(u), f(v)) \in E_2$  voor elke  $(u, v) \in E_1$ . Het beslissingsprobleem SUBGRAPH luidt als volgt: gegeven twee grafen  $(V_1, E_1)$ ,  $(V_2, E_2)$ , is  $(V_1, E_1)$  een subgraaf van  $(V_2, E_2)$ ?

- a. (10 %) Geef aan wat er bewezen moet worden als we willen concluderen dat SUBGRAPH NP-compleet is, gebruikmakend van het feit dat CLIQUE NP-compleet is.
- b. (15 %) Geef dit bewijs.